

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

Број на задача	Решение	Бодови
1.	В	1
2.	Б	1
3.	А	1
4.	Б	1
5.	Г	1
6.	В	1
7.	Г	1
8.	Б	1
9.	Г	1
10.	В	1
11.	Б	1
12.	А	1
13.	Г	1
14.	А	1
15.	Б	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
16.	А. $\emptyset$	1
	Б. B	1
17.	А. 35 или $\frac{7}{20} \cdot 100$	1
	Б. $\frac{5}{7}$ или $5:7$ или било кој друг запис на бројната вредност на бараниот размер	1
18.	А. -1	1
	Б. 1	1
19.	А. 80	1
	Б. 16 или друг запис на истиот број	1
20.	А. $\frac{\pi}{4}$	1
	Б. 20	1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

21.

Чекори	Бодови
А. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целите броеви m и n : $B \cap C = \emptyset$, само ако $m, n \in \mathbb{Z} \setminus \{34, 43\}$, $B \cap C = \{43\}$, ако $m = 43$ или $n = 43$, $B \cap C = \{34\}$, ако $m = 34$ или $n = 34$ и $B \cap C = \{34, 43\}$, ако $m = 43$ и $n = 34$ или обратно	1
Б. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целиот број n $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{1, 4, 5, n\}$, само ако $n \neq 1$ $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{1, 4, 5\}$, ако $n = 1$	1
В. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целите броеви m и n : $(A \cap B) \times C = \{m, 3\} \times \{34, 43\} = \{(m, 34), (m, 43), (3, 34), (3, 43)\}$, само ако $m \in \mathbb{Z}$ и $n \neq 1$ $(A \cap B) \times C = \{m, 1, 3\} \times \{34, 43\} = \{(m, 34), (m, 43), (1, 34), (1, 43), (3, 34), (3, 43)\}$, ако $m \in \mathbb{Z}$ и $n = 1$	1
Вкупно бодови	3

22.

Чекори		Бодови
Ја запишува неравенката $ 3a - 2 < 7$ во облик $-7 < 3a - 2 < 7$	Го запишува системот $\begin{cases} 3a - 2 < 7 \\ 3a - 2 > -7 \end{cases}$	1
Добива дека $-\frac{5}{3} < a < 3$	Го одредува пресекот на $(-\infty, 3)$ и $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$	1
Ги одредува најмалиот и најголемиот цел број и го пресметува збирот $-1 + 2 = 1$		1
Вкупно бодови		3

23.

Чекори		Бодови
Дадената неравенка ја запишува во облик $\frac{3(x-5)-(x+2)}{3(x+2)} \leq 0$ т.е. $\frac{2x-17}{3(x+2)} \leq 0$		1
Утврдува дека дробката е помала или еднаква на нула ако $\begin{cases} 2x-17 \geq 0 \\ 3(x+2) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x-17 \leq 0 \\ 3(x+2) > 0 \end{cases}$	Ја множи со $3(x+2)^2$ и ја добива неравенката $(2x-17)(x+2) \leq 0$	1

Ги решава системите линеарни неравенки и заклучува дека множеството решенија на неравенката е $x \in \left(-2, \frac{17}{2}\right]$	Го одредува бараниот интервал $x \in \left(-2, \frac{17}{2}\right]$	1
Вкупно бодови		3

24.

Чекори		Бодови
Ги означува непознатите броеви со a и b . Го запишува условот нивниот збир да е еднаков на 108 со равенката $a+b=108$		1
Го користи условот $a:b=5:7$ и запишува $a=5k, b=7k$	Го користи условот $a:b=5:7$ и запишува $a=\frac{5b}{7}$ или $b=\frac{7a}{5}$	1
Од равенката $5k+7k=108$ ја определува вредноста на $k=9$	Од равенката $\frac{5b}{7}+b=108$ или $\frac{7a}{5}+a=108$	1
Ги определува броевите $a=5 \cdot 9=45, b=7 \cdot 9=63$	Ги определува броевите $\frac{12}{7}b=108 \Leftrightarrow b=63$ и $a=\frac{5 \cdot 63}{7}=45$ или $\frac{12}{5}a=108 \Leftrightarrow a=45$ и $b=\frac{7 \cdot 45}{5}=63$	1
Вкупно бодови		4

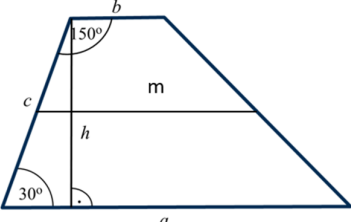
25.

Чекори		Бодови
Ги применува Виетовите формули и утврдува дека $x_1+x_2=-\frac{5}{3}$ и $x_1x_2=-\frac{2}{3}$	Ги применува Виетовите формули и утврдува дека $x_1+x_2=p=-\frac{5}{3}$ и $x_1x_2=q=-\frac{2}{3}$	1
Го трансформира изразот $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ во облик $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2}$	Го трансформира изразот $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ во облик $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{p^2 - 2q}{q}$	1
Ги заменува вредностите за x_1+x_2 и x_1x_2 и добива $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{\left(-\frac{5}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}}$		1
Пресметува $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{37}{6}$		1
Вкупно бодови		4

26.

Чекори	Бодови
Ги разложува именителите на левата и десната страна $\frac{x-3}{x(x+3)} + \frac{3+x}{2x(x+3)} = \frac{x-3}{2(x-3)(x+3)}$	1
Го користи условот $x \neq \pm 3$ и крати $\frac{x-3}{x(x+3)} + \frac{\cancel{3+x}}{2x(\cancel{x+3})} = \frac{\cancel{x-3}}{2(\cancel{x-3})(x+3)}$	1
Ги множи двете страни од равенката со $2x(x+3)$ и ја запишува равенката во облик $2(x-3) + x + 3 = x$	1
Ја решава линеарната равенка и добива $x = \frac{3}{2}$	1
Вкупно бодови	4

27.

Чекори	Бодови
Прави скица и ги означува потребните елементи 	1
Ја запишува формулата за плошина на траpez $P = \frac{a+b}{2}h$ и од $m = \frac{a+b}{2} = 12$, добива $P = mh = 12h$	1
Утврдува дека аглите што ги зафаќа кракот c со основите се суплементни, па остриот агол меѓу кракот c и подолгата основа е 30° .	1
Добива дека $h = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$, односно $P = mh = 36 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови	4

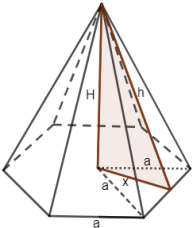
Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор или ја изостави во крајниот резултат се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

28.

Чекори	Бодови
Ги запишува формулите за плошина на цилиндар и конус $P_c = 2r\pi(r + H_c)$, $P_k = r\pi(r + s)$, го користи условот $P_c = P_k$, односно $2r\pi(r + H_c) = r\pi(r + s)$ и ја пресметува висината на цилиндарот $H_c = \frac{s-r}{2} = \frac{10-6}{2} = 2 \text{ cm}$	1
Го пресметува волуменот на цилиндарот $V_c = BH_c = r^2\pi H = 72\pi \text{ cm}^3$	1
Ја користи Питагоровата теорема и ја определува висината на конусот $H_k = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{100 - 36} = 8 \text{ cm}$	1
Го пресметува волуменот на конусот $V_k = \frac{BH_k}{3} = \frac{r^2\pi H_k}{3} = 96\pi \text{ cm}^3$ и за разликата на волумените добива $V_k - V_c = 24\pi \text{ cm}^3$	1
Вкупно бодови	4

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор или ја изостави во крајниот резултат се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

29.

Чекори	Бодови
Користејќи ја Питагоровата теорема, ја определува висината x на карактеристичниот триаголник на основата: $x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ 	1
Ја одредува апотемата на пирамидата применувајќи ја Питагоровата теорема: $h = \sqrt{H^2 + x^2} = \sqrt{121 + 48} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$	1
Ја одредува апотемата на пирамидата применувајќи ја Питагоровата теорема: $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$	1
Ја пресметува плоштината на основата: $B = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$	1
За плоштината на обвивката добива: $M = 6 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = 3 \cdot 8 \cdot 13 = 312 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови	4

30.

Чекори		Бодови
Ги означува аглите кај темињата A и B со α и β , соодветно и согледува дека аглите што лежат на хипотенузата се комплементни, па $\cos \beta = \sin \alpha$		1
Од правоаголникот триаголник ADC заклучува дека $\cos \alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$, односно $\sin \beta = \frac{\sqrt{21}}{5}$	Користејќи ја Питагоровата теорема, ја одредува должината на висината $\overline{CD} = \sqrt{45^2 - (9\sqrt{21})^2} = 18$	1
Применувајќи го основниот тригонометриски идентитет пресметува $\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0,4$	Заклучува дека $\cos \beta = \sin \alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = 0,4$	1
Вкупно бодови		3
Чекори		Бодови
Го означува аголот кај темето B со β		1
Од Евклидовата теорема заклучува дека $h^2 = \overline{AD} \cdot \overline{BD}$, а од $\triangle CAD$ следува дека $h^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AD}^2 = 2025 - 1701 = 324$, па $\overline{BD} = \frac{324}{9\sqrt{21}} = \frac{36}{\sqrt{21}} = \frac{12\sqrt{21}}{7}$		1
Применувајќи ја Питагоровата теорема $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{\left(\frac{75\sqrt{21}}{7}\right)^2 - 45^2} = \frac{30\sqrt{21}}{7}$, па $\operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{45}{\frac{30\sqrt{21}}{7}} = \frac{45 \cdot 7\sqrt{21}}{30 \cdot 21} = \frac{\sqrt{21}}{2}$ и од идентитетот $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}}$ добива $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 + 1}} = \frac{2}{5} = 0,4$	Го одредува косинусот од аголот во темето B $\cos \beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{\left(9\sqrt{21} + \frac{12\sqrt{21}}{7}\right)^2 - 45^2}}{9\sqrt{21} + \frac{12\sqrt{21}}{7}} = \frac{2}{5}$	1
Вкупно бодови		3